

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Кафедра теоретической кибернетики

Степаненко Дмитрий Александрович

Моделирование голосового сигнала
Бакалаврская работа

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., профессор Барабанов А. Е.

Рецензент:
к. ф.-м. н., доцент Бондарко В. А.

Санкт-Петербург
2017 г.

Saint-Petersburg State University
Applied Mathematics and Informatics
Department of Theoretical Cybernetics

Dmitrii Stepanenko

Modelling voice signal
Bachelor's Thesis

Scientific supervisor:
Professor Andrey Barabanov

Reviewer:
Docent Vladimir Bondarko

Saint-Petersburg
2017 г.

Содержание

1	Введение	4
2	Постановка задачи	7
3	Модель спектральной огибающей и её параметры	9
3.1	Расчёт коэффициентов линейного предсказания	9
3.2	Линейные спектральные пары и их свойства	10
3.3	Интерполяция LSP	16
4	Заключение	19
5	Список литературы	20

1 Введение

Большое количество подходов к моделированию и синтезу речевых сигналов было разработано в последние 50 лет [3, 4]. Большое распространение получили биомеханические модели Г. Фанта и Дж. Фланагана [5, 6, 7] и особенно параметрическая FL модель [8], выделяющая структуру импульса ГОЛОСОВЫХ СВЯЗОК.

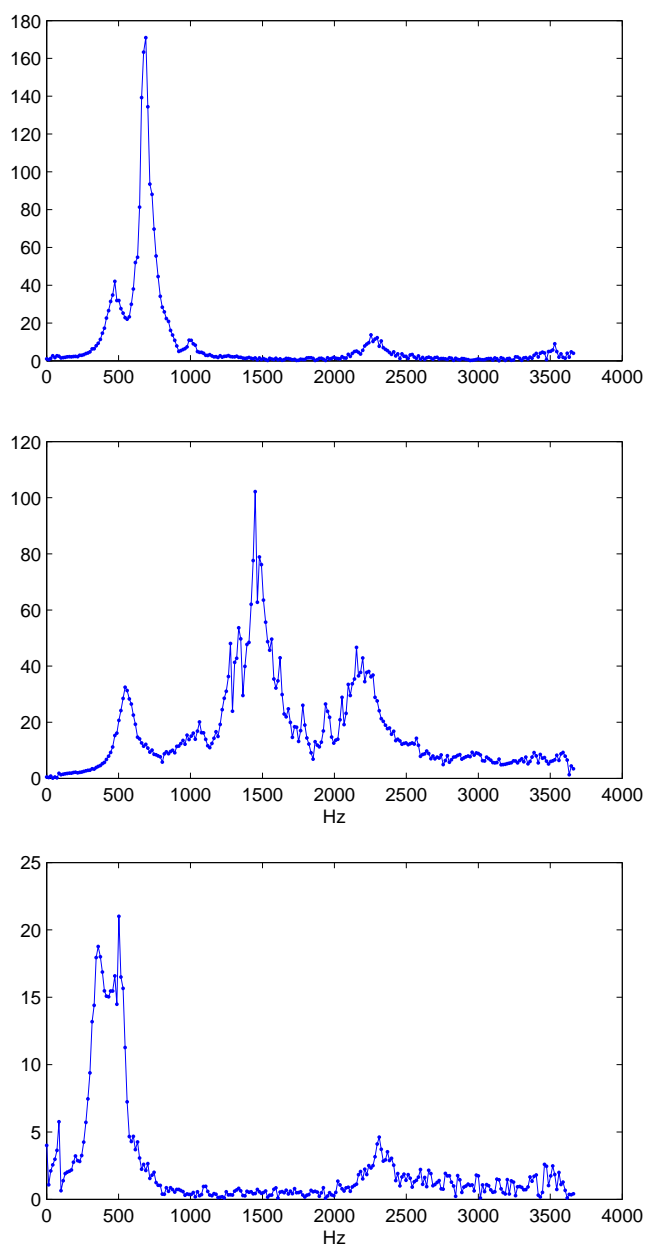


Рис. 1. Типичные спектральные огибающие аллофонов: сверху /o/, посередине /e/ и /ε/, снизу /u/.

Звуковой сигнал на выходе голосовых связок далее проходит через головной тракт, включающий шейный отдел, горло, рот и губы. Отражение от

стенок этого тракта преобразуют выхлоп голосовых связок в конкретный звук (аллофон). Голосовой тракт моделируется линейной системой невысокого порядка. Таким образом, установление соответствия между аллофонами русского языка и параметрами линейных систем моделирования голосового тракта вполне достаточно для моделирования каждого аллофона. В задаче синтеза слитной речи к этой проблеме необходимо добавить гладкие переходы между аллофонами, а также просодические характеристики — интонацию, длительность, громкость.

Основным показателем линейной системы, моделирующей голосовой тракт и влияющей на восприятие аллофона, является спектральная огибающая — модуль передаточной функции линейной системы. На рис. 1 показаны типичные спектральные огибающие для звуков /o/, /e/ и /u/ (транскрипция латиницей).

Главную роль в спектральных огибающих играют небольшие промежутки частот, на которых значения функций относительно велики, или примерно окрестности локальных максимумов сглаженных огибающих. Эти промежутки называются формантами. Физиологам и фонетистам известно, что полный набор формант практически определяет восприятие звука человеком.

По традиции форманты указываются своими средними значениями в Гц. Поскольку каждый аллофон может быть произнесён даже одним человеком очень по-разному, а разными людьми совсем по-разному, но тем не менее быть правильно понятым всеми, то смещение форманты не всегда приводит к потере восприятия, и в действительности есть целый класс как спектральных огибающих, так и наборов формант, который воспринимается примерно, как один аллофон.

Наибольшее значение для восприятия имеют первая и вторая форманты по возрастанию частоты. В частности, для /a/ это обычно (650, 1150) Гц, для /o/ — (550, 850) Гц, для открытого /e/ — (650, 1500) Гц, для /ɛ/ - мягкого /e/ — (650, 2250) Гц, для /u/ — (360, 600) Гц.

В международном фонетическом словаре все гласные всех языков расположены в виде трапеции (рис. 2), оси которой связаны с первой и второй формантой. В действительности, направление вверх трапеции указывает на

степень раскрытия рта, а направление влево - на сколько выдвинут язык наружу.

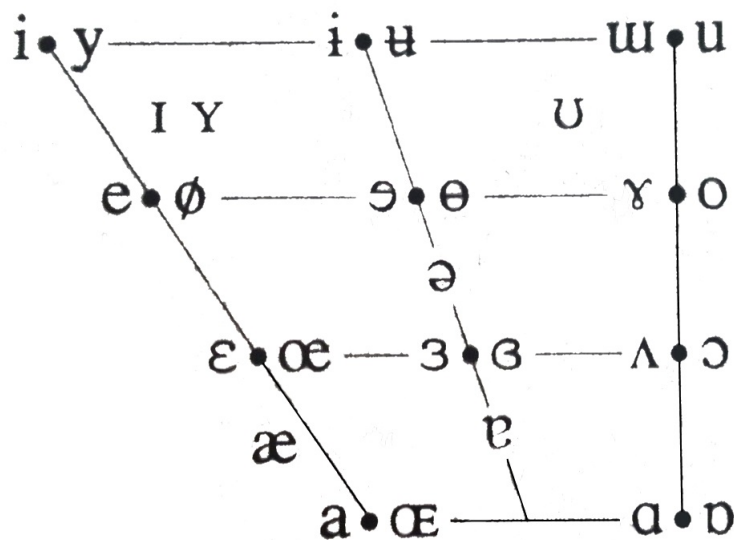


Рис. 2. Трапеция гласных в Международном Фонетическом Алфавите (IPA).

Хорошо разработанным в настоящее время является формантный синтез [9], который обезличен. Вырабатываются отдельные аллофоны, которые не привязаны к конкретному диктору.

В данной работе была поставлена другая задача. В результате специально проведённых сложных экспериментов были получены характеристики голосового тракта для нескольких гласных конкретного диктора. Требуется интерполировать эти данные на характеристики голосового тракта других гласных этого же диктора.

2 Постановка задачи

На кафедре фонетики СПбГУ были проведены сложные эксперименты по записи звуков одного и того же диктора двумя микрофонами. Один микрофон находился вблизи голосовых связок, другой — около губ, на выходе голосового тракта. По результатам экспериментов только для нескольких гласных звуков русского языка удалось аппроксимировать не только спектральную огибающую, но также и импульсную характеристику голосового тракта. Требовалось найти способ интерполяции спектральных огибающих в соответствии с трапецией IPA по точкам, в которых имеются данные от конкретного диктора.

Любые линейные операции, в том числе усреднение импульсных характеристик, не приводят к движению формант, а только усредняют комплексные амплитуды на каждой частоте. Задача состояла в том, чтобы найти гладкий способ изменения всей спектральной огибающей при движении по произвольному направлению в трапеции IPA, при котором заданным и почти линейным способом смещаются форманты.

В частности, требовалось реализовать левую боковую сторону трапеции: по известным импульсным характеристикам аллофонов /a/ и /i/ синтезировать спектральные огибающие аллофонов /e/, /ɛ/, /e/ и /æ/.

Для решения этой задачи в данной работе был предложен новый метод, основанный на свойствах линейных спектральных пар (LSP). Эти пары появились в работе [12] и далее активно использовались для кодирования формантной структуры, в частности, в стандарте GSM. Линейные спектральные пары использовались раньше для кодирования речи и музыки [1] или классификации гласных [2]. В данной работе показано, что линейная интерполяция линейных спектральных частот (LSF) обеспечивает движение формант и следовательно может быть использована для интерполирования голосового тракта диктора.

Алгоритм интерполяции состоит из нескольких этапов. В данной работе сначала характеристики голосового тракта в известных аллофонах переводятся в представление спектральной огибающей по коэффициентам линейного предсказания (LPC). Затем это представление преобразуется в

LSP. Далее в работе изучаются свойства LSP и, в частности, их связь с формантами. В итоге формулируется алгоритм интерполяции наборов LSP, при котором можно задавать и корректировать движение формант.

3 Модель спектральной огибающей и её параметры

3.1 Расчёт коэффициентов линейного предсказания

Линейные спектральные пары являются численно устойчивым способом описания набора коэффициентов линейного предсказания. Именно коэффициенты линейного предсказания традиционно считаются достаточно точным средством описания спектральной огибающей аллофонов.

Одним и наиболее распространённых и доказавших своё соответствие спектрам реальных сигналов способов описания спектральной огибающей является функция

$$|H(z)| \approx \frac{\sigma}{|A(z)|}.$$

где σ — число и многочлен $A(z)$ не имеет корней в единичном круге, $A(0) = 1$. Его коэффициенты называются коэффициентами линейного предсказания (LPC). Переход от комплексных чисел z к частотам в Гц осуществляется по правилу

$$f \leftrightarrow z(f) = e^{i \frac{2\pi f}{F_s}},$$

где f — частота в Гц, а F_s — частота дискретизации сигнала. Очевидно, что произвольный корень многочлена A вблизи точки $z(f_0)$ на единичной окружности порождает большие значения $|H(z(f))|$ для f , близких к f_0 , и поэтому форманту около частоты f_0 .

Пусть $h = (h_k)_{k=0}^{L-1}$ импульсная характеристика голосового тракта некоторого аллофона, полученная из эксперимента. Передаточная функция голосового тракта есть

$$H(z) = \sum_{k=0}^{L-1} h_k z^k,$$

а спектральная огибающая есть $|H(z)|$.

Для расчёта коэффициентов линейного предсказания рассмотрим следующую физическую модель. Пусть на вход голосового тракта подаётся белый шум e_t . Известно, что в этом случае результирующий речевой сигнал

будет полностью определяться голосовым трактом и быть глухим. Пусть y_t — измеряемый сигнал,

$$y_t = \sum_{k=0}^{L-1} h_k e_{t-k}.$$

Рассмотрим абстрактную авторегрессионную модель сигнала, определяемую уравнением

$$A(q^{-1})y_t = w_t,$$

где w_t — белый шум с дисперсией σ_w^2 .

По первым значениям корреляционной функции r_0, \dots, r_n процесса y_t все коэффициенты многочлена A степени не выше n и число σ^2 определяются однозначно из уравнения Юла-Уокера.

Спектральная плотность авторегрессионной модели сигнала есть

$$S(z) = \frac{\sigma_w^2}{|A(z)|^2},$$

что совпадает с требуемым приближением к функции $|H(z)|^2$.

Таким образом, для расчёта коэффициентов линейного предсказания требуется вычислить величины r_0, \dots, r_n , которые, очевидно, являются значениям корреляционной функции импульсной характеристики $(h_k)_{k=0}^{L-1}$.

Коэффициенты линейного предсказания рассчитываются для каждого интерполяционного узла в трапеции IPA. В таких узлах в результате проведённых фонетических экспериментов и дальнейшей обработки сигналов были рассчитаны импульсные характеристики голосового тракта фиксированного диктора. Далее считаем, что в этих узлах коэффициенты линейного предсказания также рассчитаны.

3.2 Линейные спектральные пары и их свойства

В наиболее общем виде линейные спектральные пары определяются следующим образом [2].

Пусть $A(z)$ — многочлен с вещественными коэффициентами степени n . Определим многочлен в обратных степенях $A^*(z) = z^n A(z^{-1})$. Пара

$$\begin{aligned} p_+(z) &= A(z) + zA^*(z), \\ p_-(z) &= A(z) - zA^*(z) \end{aligned}$$

называются общей линейной спектральной парой (LSP). Очевидно, что

$$A(z) = (p_-(z) + p_+(z))/2.$$

Отметим также, что если $A(0) = 1$, то степени $p_-(z)$ и $p_+(z)$ равны $n + 1$.

Во многих приложениях и, в частности, в речевых технологиях, применяются другие модификации этого термина.

Пусть число $n = 2m$ чётно. Тогда по построению, $p_-(-1) = 0$ и $p_+(1) = 0$. Поэтому на соответствующие множители можно разделить нацело. Пару полиномов степени $2m$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_+(z) &= \frac{A(z) + zA^*(z)}{1 + z}, \\ \tilde{p}_-(z) &= \frac{A(z) - zA^*(z)}{1 - z} \end{aligned}$$

назовём сокращённой линейной спектральной парой (LSP).

Если $A(0) = 1$, то степени $\tilde{p}_-(z)$ и $\tilde{p}_+(z)$ равны $2m$.

Линейные спектральные пары обладают рядом важных свойств.

Лемма 1 Пусть $|\zeta| = 1$. Тогда условие $A(\zeta) = 0$ равносильно $p_-(\zeta) = 0$ и $p_+(\zeta) = 0$.

Доказательство. Пусть $|\zeta| = 1$ и $A(\zeta) = 0$. Поскольку многочлен A имеет вещественные коэффициенты и $\zeta^{-1} = \bar{\zeta}$ — комплексно сопряжённое число, то $A^*(\zeta) = 0$. Следовательно, $p_-(\zeta) = 0$ и $p_+(\zeta) = 0$. Обратная импликация следует из представления A через p_- и p_+ . \square

В предположении, что многочлен A не имеет корней на единичной окружности, основным объектом изучения будет функция

$$f(z) = \frac{zA^*(z)}{A(z)}.$$

Сужение этой функции на единичную окружность обозначим

$$g(\phi) = f(e^{i\phi}), \quad \phi \in [0, 2\pi].$$

Одним из основных свойств LSP является следующая теорема.

Теорема 1 Пусть $A(0) = 1$. Для того, чтобы многочлен $A(z)$ не имел корней в единичном круге, необходимо и достаточно, чтобы все корни многочленов $p_-(z)$ и $p_+(z)$ находились на единичной окружности и чередовались.

Данное утверждение в целом новым не является. Оно сформулировано без доказательства в [10]. Доказательству несколько более общего факта посвящена статья [11]. В приведённом ниже полном и новом доказательстве выделены наиболее важные свойства корней линейной спектральной пары, которые существенны для дальнейшей интерпретации формантной структуры спектральных огибающих гласных звуков. Рассуждения основаны на свойствах приращений аргументов функции g . Кроме того, доказательство из [11] существенно сокращено.

Пусть N_- , N_+ — количества корней многочлена $A(z)$ внутри и вне единичного круга, соответственно. Приращение непрерывной ветви комплексного аргумента функции g на промежутке $[0, 2\pi]$ обозначим Δ_g .

Лемма 2

$$\Delta_g = 2\pi(N_+ - N_- + 1).$$

Доказательство. Далее воспользуемся следующим вспомогательным утверждением. Для любого комплексного числа γ не на единичной окружности конформное отображение

$$h(z) = \frac{1 - \gamma z}{z - \gamma}$$

переводит единичную окружность в себя. Пусть Δh обозначает приращение непрерывной ветви комплексного аргумента $h(e^{i\phi})$, когда ϕ меняется от 0

до 2π . Известно, что $|\Delta h| = 2\pi$ и для того чтобы $\Delta h > 0$ необходимо и достаточно, чтобы $|\gamma| > 1$.

Воспользуемся основной теоремой алгебры:

$$A(z) = C \prod_{k=1}^{N_-} (z - \gamma_{k,-}) \prod_{k=1}^{N_+} (z - \gamma_{k,+}),$$

где C — старший коэффициент, $(\gamma_{k,-})_{k=1}^{N_-}$ — все корни A внутри единичного круга, а $(\gamma_{k,+})_{k=1}^{N_+}$ — вне единичного круга. Тогда по определению $A^*(z)$

$$f(z) = z \prod_{k=1}^{N_-} \frac{1 - \gamma_{k,-}z}{z - \gamma_{k,-}} \prod_{k=1}^{N_+} \frac{1 - \gamma_{k,+}z}{z - \gamma_{k,+}}.$$

Поскольку приращения аргументов в произведении складываются, то приращение аргумента функции $f(e^{i\phi}) = g(\phi)$ на отрезке $[0, 2\pi]$ равно

$$\Delta_g = 2\pi(N_+ - N_- + 1),$$

что доказывает лемму. \square

Доказательство. (теоремы 1)

Если многочлен $A(z)$ имеет корни на единичной окружности, то заключение теоремы следует из леммы 1. Далее считаем, что многочлен $A(z)$ не имеет корней на единичной окружности и, в частности, правильно определена функция $g(\phi)$ на $[0, 2\pi]$.

Далее доказательство основано на следующих фактах:

- условия $p_-(z) = 0$ и $f(z) = 1$ равносильны;
- условия $p_+(z) = 0$ и $f(z) = -1$ равносильны.

На единичной окружности $|A^*(z)| = |A(z)|$, и поэтому

$$|f(z)| = 1 \quad \forall |z| = 1.$$

Пусть многочлен A не имеет корней в единичном круге. Тогда $N_- = 0$ и $N_+ = n$ — степень A . Тогда при изменении ϕ от 0 до 2π точка $f(e^{i\phi})$ по лемме 2 обходит единичную окружность $n + 1$ раз, начиная с точки $f(1) = 1$. При этом значения n раз попадут в точку -1 , $f(e^{i\xi_k}) = -1$,

$1 \leq k \leq n+1$, а между ними - снова в точку 1: $f(e^{i\eta_k}) = 1$, $1 \leq k \leq n$. При этом

$$0 < \xi_1 < \eta_1 < \xi_2 < \dots < \eta_n < \xi_{n+1} < 2\pi.$$

Таким образом, многочлен $p_-(z)$ имеет на единичной окружности корни $z = 1$ и $(e^{i\eta_k})_{k=0}^n$, а многочлен $p_+(z)$ — корни $(e^{i\xi_k})_{k=0}^{n+1}$. Поскольку оба многочлена имеют степени $n+1$, то это все их корни, они расположены на единичной окружности и чередуются.

Пусть известно, что все корни многочленов $p_-(z)$ и $p_+(z)$ расположены на единичной окружности и чередуются. При изменении ϕ от 0 до 2π точка $f(e^{i\phi})$ по лемме 2 обходит единичную окружность, начиная с точки $f(1) = 1$, несколько раз. При этом она последовательно перемещается между точками $+1$ и -1 , так как эти точки соответствуют корням $p_-(z)$ и $p_+(z)$. Непрерывная функция $g(\phi)/\pi$ принимает целые значения только в конечном наборе точек. Начиная с $g(0) = 0$, при изменении ϕ от 0 до 2π нечётные и чётные значения $g(\phi)$ сменяют друг друга $n+1$ раз. Следовательно, полное приращение этой функции по абсолютной величине есть

$$|\Delta_g| = 2\pi(n+1).$$

Поскольку $0 \leq N_-, N_+ \leq n$, то по лемме 2 полученное условие возможно лишь при $N_+ = n$, что доказывает теорему. \square

Теорема 2 Пусть многочлен $A(z)$ степени n имеет все корни вне единичного круга, $A(0) = 1$.

1. Пусть $z_- = e^{i\xi}$ — корень многочлена $p_-(z)$, а $z_+ = e^{i\eta}$ — следующий корень многочлена $p_+(z)$. Тогда приращение аргумента многочлена $A(z)$ на дуге $e^{i\phi}$, $\phi \in [\xi, \eta]$ равно

$$\Delta A|_{[\xi, \eta]} = \frac{1}{2} \left[(n+1)(\eta - \xi) - \pi \right].$$

2. Пусть $z_- = e^{i\xi}$ — корень многочлена $p_-(z)$, а $z_+ = e^{i\eta}$ — предыдущий корень многочлена $p_+(z)$. Тогда приращение аргумента многочлена $A(z)$ на дуге $e^{i\phi}$, $\phi \in [\eta, \xi]$ равно

$$\Delta A|_{[\eta, \xi]} = \frac{1}{2} \left[(n+1)(\xi - \eta) - \pi \right].$$

Доказательство. Из доказательства теоремы 1 следует, что функция

$$g(\phi) = \arg \left[z \frac{A^*(e^{i\phi})}{A(e^{i\phi})} \right]$$

увеличивается на π при увеличении ϕ между соседними корнями многочленов $p_-(z)$ и $p_+(z)$. Кроме того, если $z = e^{i\phi}$, то

$$\arg A^*(z) = n\phi - \arg(A(z)).$$

Поэтому

$$g(\phi) = (n+1)\phi - 2\arg(A(z)).$$

Остаётся подставить $g(\eta) - g(\xi) = \pi$ в случае 1 и $g(\xi) - g(\eta) = \pi$ в случае 2. \square

Если расстояние между соседними корнями ξ и η многочленов $p_-(z)$ и $p_+(z)$ мало, то большое приращение аргумента многочлена $A(z)$ на этом же промежутке говорит о наличии близкого корня и, следовательно, о форманте на данном частотном участке. Для точных оценок потребуется лемма.

Лемма 3 Пусть $A(z) = A_1(z)(z - z_0)$ — многочлен с корнями только вне единичного круга и $A(0) = 1$. Пусть $z_- = e^{i\xi}$, $z_+ = e^{i\eta}$ — две разные точки на единичной окружности. Обозначим

$$u_- = z_- - z_0, \quad u_+ = z_+ - z_0.$$

Тогда

$$\arg(A(z_+)) - \arg(A(z_-)) = \arg(A_1(z_+)) - \arg(A_1(z_-)) + \arg(u_+) - \arg(u_-).$$

Доказательство. Очевидно следует из свойств комплексных аргументов. \square

Следствие 1 Пусть в условиях теоремы теоремы 2 полином $A(z) = A_1(z)(z - z_0)$. Пусть

$$\arg(A_1(z_+)) - \arg(A_1(z_-)) = C$$

Тогда

$$\arg(z_0 - z_-) - \arg(z_0 - z_+) = \frac{1}{2} \left[(n+1)(\eta - \xi) - \pi \right] - C.$$

Доказательство. Очевидно следует из свойств комплексных аргументов и теоремы 2.

Если приращение C дополнительной части многочлена $A(z)$ на промежутке между близкими корнями с аргументами ξ и η относительно невелико, то перепад аргументов разностей $(z_0 - z_-)$ и $(z_0 - z_+)$ почти на $\pi/2$ означает, что число z_0 находится вблизи этой пары корней, указывая на наличие форманты.

3.3 Интерполяция LSP

Любой звук похожий на гласный, произнесённый диктором, может быть синтезирован как пропущенный через фильтр импульс, аппроксимирующий выходной сигнал его голосовых связок. Передаточная функция этого фильтра аппроксимирует голосовой тракт.

Приближение голосового тракта полностью определяется набором корней на верхней половине единичной окружности. Как следствие отображения $f \leftrightarrow \omega = 2\pi f/F_s$ между частотой f в Hz и углом ω в радианах корни могут быть определены в Hz и в этом случае это множество корней называется линейными спектральными частотами (LSF).

Предполагается, что LSF для нескольких гласных были вычислены по записанным аудиофайлам. Поскольку они описывают одного диктора, то LSF фонемы которая находится между двумя другими фонемами должны лежать между LSF этих гласных. Положения фонем сопоставляются с трапецией гласных.

Для примера рассмотрим левую сторону трапеции. Она содержит фонемы $/i/$, $/e/$, $/\varepsilon/$, $/\text{æ}/$, $/a/$. LSF для трех средних гласных может быть получено интерполяцией двух граничных точек - $/i/$ and $/a/$. Процесс интерполяции показан на Рис. 3.

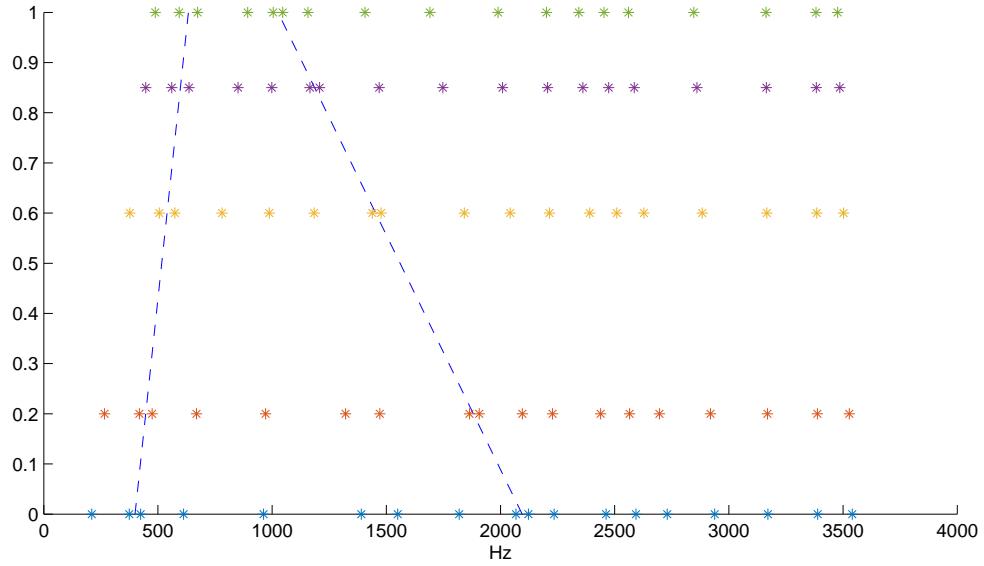


Рис. 3. LSF интерполяция. Верхняя линия - [a], нижняя линия - [i].

Верхняя линия содержит LSF фонемы [a], нижняя - [i]. Пара близких корней указывают на форманту около этой частоты. По вертикальной оси отложен коэффициент выпуклой комбинации движения от [i] к [a].

Интерполяция состоит из двух этапов. Первый, вычисляется прямая выпуклая комбинация LSF. Пусть $\alpha \in (0, 1)$ это коэффициент, или ордината на Рис. 3. Тогда модифицированный вектор

$$LSF = \alpha LSF_{[a]} + (1 - \alpha) LSF_{[i]}$$

где $LSF_{[a]}$ и $LSF_{[i]}$ это векторы линейных спектральных частот для [a] и [i].

Второй этап это редактирование формант в промежуточных LSF. Форманты [a] и [i] соединены пунктирной линией на Рис. 3. В пересечении этих пунктирных линий и промежуточных LSF корни немного подвинуты, так чтобы появилась пара близких корней.

Три горизонтальные линии на Рис. 3 соответствуют интерполяции передаточных функций для гласных фонем [e], [ε] и [æ]. Соответствие спектральных огибающих показано на Рис. 4. Спектры гласных совпадают с произведением передаточных функций на спектр выходного сигнала голосовых связей.

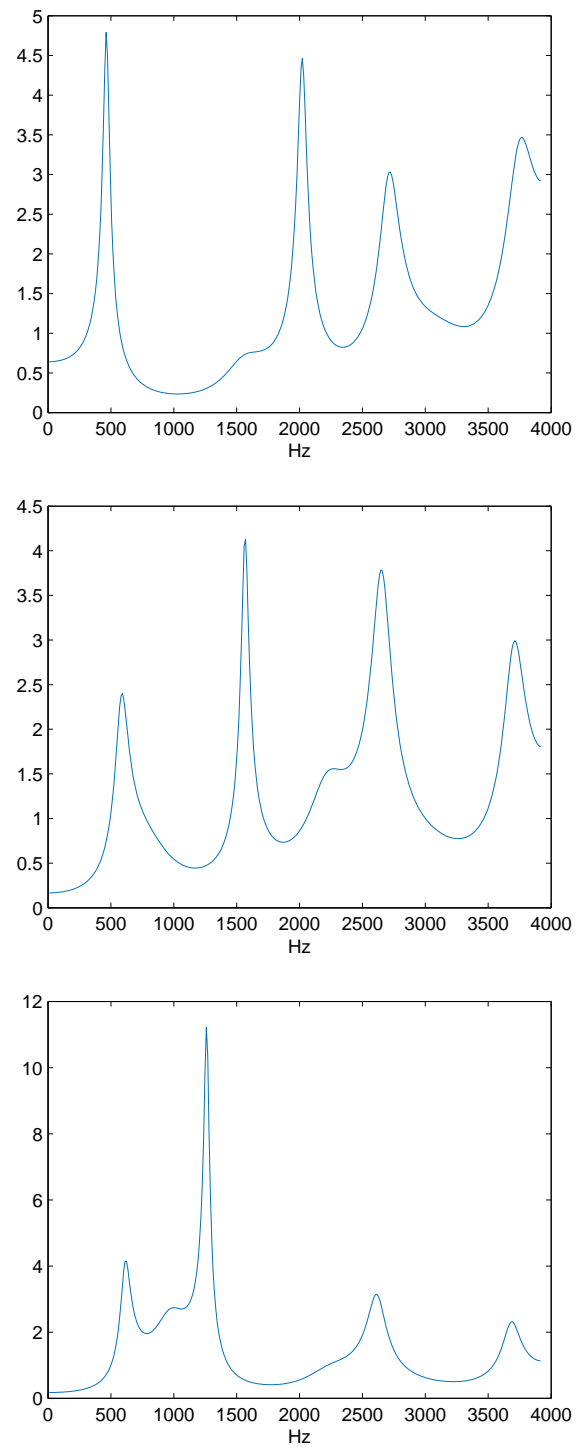


Рис 4. Интерполированные передаточные функции. Сверху вниз: $[e]$, $[\varepsilon]$ и $[\text{æ}]$.

4 Заключение

В работе был предложен новый подход к синтезу гласных для фиксированного диктора. Ключевыми моментами этого подхода является:

- Расчет спектральных огибающих и импульсных характеристик по записанным данным полученным из сложных экспериментов.
- Вычисление линейных спектральных пар по полученным спектральным огибающим.
- Интерполяция вектора линейных спектральных частот.
- Вычисление коэффициентов линейного предсказания из полученных LSP и синтез новых гласных.

Разработанный алгоритм гладкого движения формант обеспечивает синтез промежуточных гласных определенного диктора в соответствии с трапецией IPA. Кроме того было предложено новое доказательство важных для алгоритма свойств линейной спектральной пары. Алгоритм синтеза был реализован в математической среде MATLAB. Синтезированные промежуточные фонемы звучат четко и ясно. Такой метод может найти широкое применение в синтезе речи с фиксированным диктором.

5 Список литературы

1. McLoughlin I.V. Line Spectral Pairs. Review. Signal Processing. V. 88. P. 448 - 467 (2008)
2. Marvi H. Application of the Line spectrum pairs for vowel classification. Proc. of the World Congress on Engineering. London, Vol. 1. P. 374-377 (2007)
3. Springer Handbook of Speech Processing. Springer-Verlag. 2008.
4. X. Hhuang, A. Acero, H.-W. Hon. Spoken Language Processing. Prentice-Hall Inc., New Jersey, 2001.
5. Fant, G. Acoustic Theory of Speech Production. Netherlands: Mouton (1960)
6. Flanagan, J. L. Source-system interaction in the vocal tract. Ann. N.Y. Acad. Sci.155, pp. 9-17 (1968)
7. Flanagan, J. L. Speech Analysis, Synthesis, and Perception. Springer, New York (1972)
8. Fant, G., Liljencrants, J., Lin, Q. A four-parameter model of glottal flow. STL-QPSR, Tech. Rep. (1985)
9. Titze, I. R. Non-linear source-filter coupling in phonation: Theory, J. Acoust.Soc. Am. 123, 2733-2749
10. T. Backstrom, K. Magi. Properties of line spectrum pair polynomials. - A review.Signal Processing. V. 86. 2006. P. 3286 - 3298.
11. H.W.Schussler.A stability theorem for discrete systems. IEEE Trans. n Acoustics, Speech anf Signal Proc. V. ASSP-24, N 1, 1976. P. 87 - 89.
12. F.Itakura. Line spectrum representation of linear prediction coefficients of speech signal. Journal of the Acoustic Society of America.1975.57:535a.